

# Périodicité dans les pavages

Emmanuel Jeandel

5 novembre 2008

**Thématique** Complexité, Pavages

**Laboratoire** LIF (Laboratoire d'Informatique Fondamentale de Marseille)

Université de Provence, Marseille, France

**Equipe** Escape

**Directeur de stage** Emmanuel Jeandel ([emmanuel.jeandel@lif.univ-mrs.fr](mailto:emmanuel.jeandel@lif.univ-mrs.fr))

**Directeur de laboratoire** Francois Denis ([francois.denis@lif.univ-mrs.fr](mailto:francois.denis@lif.univ-mrs.fr))

Les tuiles de Wang forment un modèle de calcul très simple à décrire, mais avec des propriétés complexes. Etant donné un nombre fini de tuiles de Wang, on s'intéresse aux pavages qu'elles engendrent, c'est à dire aux coloriations du plan  $\mathbb{Z}^2$  respectant des contraintes locales, les contraintes spécifiant principalement comment on peut agencer ensemble les tuiles.

Un pavage est dit de période horizontale  $p$  s'il est stable par translation de vecteur  $(p, 0)$ . Il est périodique de période  $p$  s'il est stable par translation de vecteur  $(p, 0)$  et  $(0, p)$ . Etant donné un jeu de tuiles  $\tau$ , l'ensemble  $L_\tau$  (resp  $H_\tau$ ) est l'ensemble des périodes (resp. périodes horizontales) possibles pour les pavages par les tuiles  $\tau$ .

On s'intéresse alors à la question suivante : est-ce que le complémentaire d'un ensemble  $L_\tau$  est encore de type  $L_\tau$  ?

Cette question, purement pavages, est en fait en relation étroite avec la théorie de la complexité. Le but du stage est en effet de montrer que la réponse à la question précédente est positive si et seulement si **NE = coNE**.

On reprendra pour cela des idées venues de la théorie des modèles finis, et en particulier des théorèmes de transferts utilisés pour le problème du spectre.

**Prérequis** Bien que l'objet d'étude du stage soit les pavages, une majeure partie des méthodes utilisées pour résoudre le problème vient de la théorie de la complexité. Le stagiaire devra donc posséder des bases solides en complexité, et bien évidemment un intérêt pour la matière.

**Notes** Le stage ne sera pas rémunéré. Une continuation en thèse est possible.

## Références

- [1] Heinz-Dieter Ebbinghaus and Jörg Flum. *Finite Model Theory*. Berlin, 1995.
- [2] Neil Immerman. Nondeterministic space is closed under complementation. *SIAM J. Comput.*, 17(5) :935–938, 1988.
- [3] Neil D. Jones and Alan L. Selman. Turing machines and the spectra of first-order formulas with equality. In *STOC '72 : Proceedings of the fourth annual ACM symposium on Theory of computing*, pages 157–167, New York, NY, USA, 1972. ACM.